

BAB VII

ANALISIS VARIANSI KLASIFIKASI 2 ARAH DENGAN INTERAKSI

Misalkan kita ingin meneliti pengaruh dua faktor A dan B pada suatu respon. Sebagai contoh, dalam suatu percobaan kimia kita ingin mengubah tekanan reaksi dan waktu reaksi secara serentak dan meneliti pengaruh masing-masing pada hasil reaksi. Dalam percobaan biologi, mungkin ingin diteliti pengaruh waktu dan suhu pengeringan pada sejumlah bahan padat (persen berat) yang tertinggal dalam sampel ragi.

Misalkan dalam suatu eksperimen terdapat dua faktor, yaitu faktor Baris dengan r perlakuan (level) dan faktor Kolom dengan c perlakuan (level). Pengamatan pada setiap kombinasi perlakuan diulang sebanyak n kali. Jika hasil pengamatan disajikan dalam bentuk tabel atau matrik, maka akan terdapat rc sel yang setiap selnya memuat n amatan. Misalkan x_{ijk} menyatakan pengamatan ke- k yang diambil pada perlakuan ke- i dari faktor Baris, dan perlakuan ke- j dari faktor Kolom. Seluruh data pengamatan disusun seperti tabel di bawah ini :

Perlakuan Baris	Perlakuan Kolom				Total
	1	2	...	c	
1	x_{111} x_{112} ...	x_{121} x_{122}	x_{1k1} x_{1k2} ...	$T_{1..}$
2	x_{211} x_{212} ...	x_{221} x_{222}	x_{2k1} x_{2k2} ...	$T_{2..}$
⋮	⋮	⋮	...	⋮	⋮
r	x_{r11} x_{r12} ...	x_{r21} x_{r22}	x_{rc1} x_{rc2} ...	$T_{r..}$
Total	$T_{.1}$	$T_{.2}$...	$T_{.c}$	$T_{...}$

Setiap pengamatan dapat dituliskan dalam bentuk :

$$x_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + (\alpha\beta)_{ij} + \varepsilon_{ijk}, \quad \text{untuk } i=1,2,\dots,r, j=1,2,\dots,c, \text{ dan } k=1,2,\dots,n$$

dengan

x_{ijk} : pengamatan perlakuan ke-i faktor Baris dan perlakuan ke-j faktor Kolom

μ : rata-rata umum

α_i : pengaruh faktor Baris perlakuan ke-i

β_j : pengaruh faktor Kolom perlakuan ke-j

$(\alpha\beta)_{ij}$: pengaruh interaksi antara faktor Baris perlakuan ke-i dengan faktor Kolom perlakuan ke-j

ε_{ij} : error random dari pengamatan pada blok ke-i yang mendapat perlakuan ke-j.

Hipotesis yang akan diuji :

1. pengujian pengaruh (efek) utama

a. $H_0 : \alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_r = 0$ (tidak ada pengaruh faktor Baris)

H_1 : tidak semua α_i sama dengan nol (ada pengaruh faktor Baris)

b. $H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_c = 0$ (tidak ada pengaruh faktor Kolom)

H_1 : tidak semua β_j sama dengan nol (ada pengaruh faktor Kolom)

2. pengujian interaksi

$H_0 : (\alpha\beta)_{11} = (\alpha\beta)_{12} = \dots = (\alpha\beta)_{rc} = 0$ (tidak ada pengaruh interaksi)

H_1 : tidak semua α_i sama dengan nol (ada pengaruh interaksi)

Pengujian hipotesis dilakukan dengan membuat tabel seperti di bawah ini.

TABEL ANOVA (Analysis of Variances)

Sumber variasi	derajat bebas	Jumlah Kuadrat (JK)	Kuadrat Tengah (KT)	F hitung
Baris (B)	r-1	JKB	KT _B =JK _B /(r-1)	F ₁ =KT _B /KTE
Kolom (K)	c-1	JKK	KT _K =JK _K /(c-1)	F ₂ =KT _K /KTE
Interaksi (I)	(r-1)(c-1)	JK(I)	KT _I = JK _I /((r-1)(c-1))	F ₃ =KT _I /KTE
Error (Galat)	rc(n-1)	JKE	KTE=JKE/(rc(n-1))	
Total	rcn-1	JKT		

dengan

$$JKT = \text{Jumlah Kuadrat Total} = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^c \sum_{k=1}^n x_{ijk}^2 - \frac{T_{...}^2}{rcn}$$

$$JKB = \text{Jumlah Kuadrat Baris} = \frac{\sum_{i=1}^r T_{i..}^2}{cn} - \frac{T_{...}^2}{rcn}$$

$$JKK = \text{Jumlah Kuadrat Kolom} = \frac{\sum_{j=1}^c T_{.j.}^2}{rn} - \frac{T_{...}^2}{rcn}$$

$$JKI = \text{Jumlah Kuadrat Interaksi} = \frac{\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^c T_{ij.}^2}{n} - \frac{\sum_{i=1}^r T_{i..}^2}{cn} - \frac{\sum_{j=1}^c T_{.j.}^2}{rn} + \frac{T_{...}^2}{rcn}$$

$$JKE = \text{Jumlah Kuadrat Error} = JKT - JKB - JKK - JKI$$

Kriteria penolakan pada tingkat signifikansi α :

1. pengujian pengaruh (efek) utama

a. $H_0 : \alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_r = 0$ (tidak ada pengaruh faktor Baris)

H_1 : tidak semua α_i sama dengan nol (ada pengaruh faktor Baris)

→ Tolak H_0 jika $F_1 > F(\alpha, r-1, rc(n-1))$

- b. $H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_c = 0$ (tidak ada pengaruh faktor Kolom)
 H_1 : tidak semua β_i sama dengan nol (ada pengaruh faktor Kolom)

→ Tolak H_0 jika $F_2 > F(\alpha, c-1, rc(n-1))$

2. pengujian interaksi

$H_0 : (\alpha\beta)_{11} = (\alpha\beta)_{12} = \dots = (\alpha\beta)_{rc} = 0$ (tidak ada pengaruh interaksi)

H_1 : tidak semua α_i sama dengan nol (ada pengaruh interaksi)

→ Tolak H_0 jika $F_3 > F(\alpha, (r-1)(c-1), rc(n-1))$

CONTOH :

Untuk menentukan kestabilan vitamin C dalam sari air jeruk pekat beku dan disimpan dalam lemari es selama waktu sampai seminggu, telah dilakukan penelitian oleh jurusan Gizi dan Makanan di Virginia Polytechnic Institute and State University di tahun 1975. Tiga jenis sari air jeruk pekat beku diuji dalam tiga jangka waktu yang berbeda. Jangka waktu menyatakan jumlah hari sejak air jeruk diperas sampai diuji. Hasilnya (dalam mg asam askorbat per liter) tercatat sebagai berikut :

Merk	Waktu (hari)					
	0		3		7	
Richfood	52,6	54,2	49,4	49,2	42,7	48,8
	49,8	46,5	42,8	53,2	40,4	47,6
Scaled-Sweet	56,0	48,0	48,8	44,0	49,2	44,0
	49,6	48,4	44,0	42,4	42,0	43,2
Minute Maid	52,5	52,0	48,0	47,0	48,5	43,3
	51,8	53,6	48,2	49,6	45,2	47,6

Gunakan tingkat signifikansi 5% untuk menguji hipotesis bahwa :

- a. tidak ada perbedaan dalam kadar asam askorbat diantara merk sari air jeruk yang berlainan.
- b. tidak ada perbedaan kadar asam askorbat untuk jangka waktu penyimpanan yang berlainan.
- c. merk sari air jeruk pekat dan jumlah hari sejak air jeruk diperas sampai diuji tidak berinteraksi.

Jawab :

Diketahui $r = 3, c = 3, n = 4$.

Langkah-langkah pengujian :

1. penulisan hipotesis

a. $H_0 : \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 0$ (tidak ada perbedaan kadar asam askorbat diantara ketiga merk)

H_1 : tidak semua α_i sama dengan nol (ada perbedaan kadar asam askorbat diantara ketiga merk)

b. $H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = 0$ (tidak ada pengaruh lama penyimpanan terhadap kadar asam askorbat)

H_1 : tidak semua β_i sama dengan nol (ada pengaruh lama penyimpanan terhadap kadar asam askorbat)

c. $H_0 : (\alpha\beta)_{11} = (\alpha\beta)_{12} = \dots = (\alpha\beta)_{33} = 0$ (tidak ada pengaruh interaksi)

H_1 : tidak semua $(\alpha\beta)_{ij}$ sama dengan nol (ada pengaruh interaksi)

2. $\alpha = 0,05$

3. Daerah Kritis

a. Tolak H_0 jika $F_1 > F(\alpha, r-1, rc(n-1)) \rightarrow F_1 > 3,35$

b. Tolak H_0 jika $F_2 > F(\alpha, c-1, rc(n-1)) \rightarrow F_2 > 3,35$

c. Tolak H_0 jika $F_3 > F(\alpha, (r-1)(c-1), rc(n-1)) \rightarrow F_3 > 2,73$

4. Perhitungan :

Terlebih dulu dibuat tabel jumlah data tiap sel, tiap baris, dan tiap kolom sbb :

merk	waktu			total
	0	3	7	
Richfood	203,1	194,6	179,5	577,2
Scaled-Sweet	202	179,2	178,4	559,6
Minute Maid	209,9	192,8	184,6	587,3
total	615	566,6	542,5	1724,1

$$JKT = 52,6^2 + 54,2^2 + \dots + 45,2^2 + 47,6^2 - \frac{1724,1^2}{36} = 83102,01 - 82570,02 = 531,99$$

$$JKB = \frac{577,2^2 + 559,6^2 + 587,3^2}{12} - \frac{1724,1^2}{36} = 82602,77 - 82570,02 = 32,75$$

$$JKK = \frac{615^2 + 566,6^2 + 542,5^2}{12} - \frac{1724,1^2}{36} = 82797,23 - 82570,02 = 227,21$$

$$JKI = \frac{203,1^2 + 194,6^2 + \dots + 184,6^2}{4} - \frac{577,2^2 + 559,6^2 + 587,3^2}{12} -$$

$$\frac{615^2 + 566,6^2 + 542,5^2}{12} + \frac{1724,1^2}{36}$$

$$= 82847,31 - 82602,77 - 82797,23 + 82570,02$$

$$= 17,33$$

$$JKE = 531,99 - 32,75 - 227,21 - 17,33 = 254,70$$

Sumber variasi	derajat bebas	Jumlah Kuadrat (JK)	Kuadrat Tengah (KT)	F hitung
Baris (B)	2	32,75	16,375	F ₁ = 1,736
Kolom (K)	2	227,21	113,605	F ₂ = 12,043
Interaksi (I)	4	17,33	4,333	F ₃ = 0,459
Error (Galat)	27	254,70	9,433	
Total	35	531,99		

5. Keputusan :

- a. Terima H_0
- b. Tolak H_0
- c. Terima H_0

6. Kesimpulan :

- a. tidak ada perbedaan kadar asam askorbat diantara ketiga merk.
- b. ada pengaruh lama penyimpanan terhadap kadar asam askorbat.
- c. tidak ada pengaruh interaksi antara merk dengan lama penyimpanan terhadap kadar asam askorbat dalam sari air jeruk.

Soal :

1. Suatu percobaan diadakan untuk meneliti pengaruh suhu dan jenis tungku terhadap umur sejenis suku cadang tertentu yang diuji. Empat jenis tungku dan tiga taraf suhu dipakai dalam percobaan tersebut. Duapuluh empat buah suku cadang dibagi secara acak, dua pada tiap kombinasi perlakuan, dan hasilnya dicatat sebagai berikut :

Suhu ($^{\circ}\text{C}$)	Tungku			
	T1	T2	T3	T4
500	227	214	225	260
	221	259	236	229
550	187	181	232	246
	208	179	198	273
600	174	198	178	206
	202	194	213	219

Gunakan taraf signifikansi 0,05 untuk menguji hipotesis bahwa :

- a. suhu yang berbeda tidak berpengaruh pada umur suku cadang tersebut
 - b. tungku yang berlainan tidak berpengaruh pada umur suku cadang tersebut
 - c. jenis tungku dan suhu tidak berinteraksi
2. Petugas jurusan Gizi dan Makanan ingin meneliti pengaruh jenis tepung dan persentase pemanis dalam sifat fisis tertentu sejenis kue. Tepung serbaguna

dan tepung kue digunakan dan persentase pemanis diubah pada 4 taraf. Data berikut memberikan keterangan mengenai berat jenis sampel kue. Tiga kue digunakan pada tiap kedelapan kombinasi faktor.

Tepung	Konsentrasi Pemanis			
	0	50	75	100
Serbaguna	0,90	0,86	0,93	0,79
	0,87	0,89	0,88	0,82
	0,90	0,91	0,87	0,80
Kue	0,91	0,88	0,86	0,86
	0,90	0,82	0,85	0,85
	0,80	0,83	0,80	0,85

Gunakan taraf signifikansi 0,05 untuk menguji hipotesis bahwa :

- a. Jenis tepung yang berbeda tidak berpengaruh pada berat jenis kue
- b. Konsentrasi pemanis tidak berpengaruh pada berat jenis kue
- c. jenis tepung dan konsentrasi pemanis tidak berinteraksi